UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA DE SÃO CARLOS

A JUSTIFICATIVA PARA O SUCESSO DA MATEMÁTICA NA DESCRIÇÃO DA NATUREZA COMO DEMANDA EPISTÊMICA NO ENSINO DE FÍSICA

Trabalho de conclusão de curso - Monografia
Aluno: Arthur Couto Rosa Dutra de Oliveira
Bacharelado em Física
Orientadora: Cibelle Celestino Silva

São Carlos
Julho 2020

1 Resumo

O ensino de física necessariamente envolve o ensino de matemática e de relações entre as duas disciplinas; relações essas que são de ordem instrumental e epistemológica. No presente trabalho examinamos algumas justificativas para o sucesso do uso da matemática na físcia e possíveis implicações no ensino de física. Investigamos o perfil epistemológico de estudantes de graduação em cursos de bacharelado e licenciatura com relação à efetividade da matemática na física. A metodologia utilizada envolveu o desenvolvimento, aplicação e análise de um questionário respondido por 92 estudantes de cursos da área de ciências exatas exatas em uma universidade pública. Constatamos que os cursos analisados não contribuem para mudanças do entendimento epistemológico dos estudantes acerta da questão investigada; e que estes gostariam que questões relacionadas à filosofia da ciência fossem mais abordadas no currículo.

2 Introdução

Ao longo de sua história, a física sofreu um profundo processo de matematização no qual a matemática passou a ser um elemento indispensável na física (1, 2). No presente texto, quando nos referimos à matematização, estamos falando do processo como descrito por Gorham *et al.*:

> A tese da matematização significa, acima de tudo, a transformação de conceitos e métodos, especialmente os que dizem respeito à natureza da matéria, do espaço e do tempo, pela introdução de técnicas e ideias matemáticas (ou geométricas). (3, p. 1)

Como resultado do processo de matematização, a matemática assumiu um papel estrutural na física, um papel inclusive de fonte de descoberta e descrição de entes físicos (1). Entretanto, essa ampliação do papel da matemática não foi isenta de controvérsias. Particularmente entre os século XVI e XVII, houve vários debates epistemológicos na comunidade científica acerca das justificativas para a utilização e o sucesso da matemática na mecânica (4, 5). Entre os séculos XIX e XX, principalmente nos estudos da eletrodinâmica, também ocorreram críticas ao excessivo caráter abstrato e supostamente descolado da realidade imediata que as teorias foram paulatinamente adquirindo física (6, 7, 8).

Como concepções epistemológicas de estudantes podem prejudicar o seu aprendizado (9, 10, 11, 12), inclusive concepções acerca das relações entre a física e a matemática (13, 14), torna-se relevante refletir se uma melhor compreensão acerca das justificativa da utilização e do sucesso da matemática na física, poderia também impactar o aprendizado.

Neste trabalho temos como objetivo contribuir para o aprofundamento do debate acerca dos efeitos que as concepções epistemológicas de estudantes sobre o sucesso da utilização da matemática na física têm no aprendizado. Para isso analisamos algumas visões epistemológicas mais comuns sobre o tema, a literatura sobre o impacto que as questões epistemológicas exercem sobre a educação e elaboramos e aplicamos um questionário para traçar um perfil epistemológico de estudantes de cursos de ciências exatas do IFSC da USP em relação à justificativa que eles oferecem para o sucesso da utilização da matemática na física bem como entender se o curso influencia suas concepções.

3 Matematização da natureza

A matematização não avançou simultaneamente em toda a física. Algumas áreas como a óptica, a astronomia e a harmonia já recebiam um tratamento mais matematizado desde a Antiguidade, quando eram chamadas de ciências mistas (3). Vamos focar no processo de matematização que ocorreu a partir do século XVII, em especial sobre seus efeitos na mecânica[1].

Nesse período é possível observar um importante processo no qual o conceito de grandezas físicas se transforma, gradativamente, de algo qualitativo para algo quantitativo (2). Um dos autores envolvidos no processo de matematização dos estudos do movimento foi Galileu Galilei (1564-1642). A análise do físico florentino se concentra em como ocorre o movimento e no no porquê dele ocorrer (15), com isso Galileu abandona as abordagens qualitativas que entendiam o movimento e o repouso como estados ontologicamente opostos e elabora uma descrição matemática e quantitativa do movimento.

Burtt (16) descreve o método de análise utilizado por Galileu em 3 etapas: "intuição" ou "resolução", que consiste na abstração da situação física em uma estrutura matemática; "demonstração", que consiste em demonstrações feitas sobre a abstração matemática; e "experimentação", que consiste em verificar experimentalmente as deduções obtidas. A incorporação da etapa da "demonstração" foi um grande passo no processo de matematização da mecânica[2].

Outro marco importante no caminho da matematização da mecânica foi a publicação de "*Princípios matemáticos da filosofia natural*" por Isaac Newton (1643-1727) em 1687. Partindo de um mesmo conjunto de hipóteses físicas, o físico inglês descreve tanto as leis da queda livre quanto das órbitas dos planetas utilizando a linguagem geométrica (18). Dijksterhuis (18) também destaca a importância, do ponto de vista do processo de matematização, da força gravitacional ser uma ação à distância entre corpos, não permitindo uma "imagem visual" ou intuitiva da interação, tendo de ser tratada não

[1] Para um estudo mais detalhado sobre esse processo ver (5).

[2] Quando destacamos as contribuições de Galileu e de outros em nosso trabalho como tendo um papel importante no processo de matematização, não estamos dizendo que a obra ou o autor foram os únicos responsáveis por fazer avançar o nível de matematização, nem que esse avanço se deve à genialidade de alguns poucos indivíduos. Os avanços da matematização, como todo conhecimento humano, foram histórica e coletivamente produzidos. As obras citadas servem de marco mas em todos os casos existem trabalhos anteriores com uma abordagem similar. Ver (17) para exemplos na mecânica.

como uma explicação mecanicista do fenômeno mas como uma ferramenta matemática simples e útil.

Gingras (4) defende que o sucesso do trabalho de Newton, do ponto de vista de suas previsões experimentais, contribuiu para que os elementos de matematização incorporados em sua mecânica fossem naturalizado pela comunidade científica. Entretanto, Gingras ressalta que o fato da mecânica newtoniana ser bastante precisa e estar de acordo com resultados experimentais conhecidos e outros novos na época não foi um fator suficiente que fosse aceita pela comunidade científica, havendo críticas bastante consistentes à nova abordagem. Privat de Molières (1676-1742) foi um dos principais defensores de uma teoria gravitacional puramente mecânica, na qual pequenos vórtices substituem as interações à distância postuladas por Newton. Para Molières, a precisão oferecida por Newton não era motivo para defender uma física que o autor acreditava ser demasiadamente abstrata. Em um ensaio para a Academia de Paris, ele escreveu:

> Ocorre que, somente de forma aproximada, os pontos dos vórtices apresentarão essa força que depende do quadrado da distância [...] mas isso simplesmente estaria mais de acordo com as observações astronômicas. Portanto as força mecânicas do vórtices nos dão as leis astronômicas como elas são de fato mais precisamente que as forças puramente metafísicas de Newton, que conseguem as leis com precisão geométrica demais. ((19) apud (4, p.6))

A citação de Molières exemplifica como a matematização da física não foi algo incontestável simplesmente pelo seu sucesso experimental, sendo necessário também uma justificativa epistemológica. Gingras (4) mostra que, de fato, houve esse trabalho de convencimento por parte dos físicos favoráveis à matematização. O autor também argumenta que, com o passar do tempo, a aceitação do trabalho de Newton se tornou tão grande que contribuiu para que, durante os séculos XVIII e XIX, surgissem trabalhos em outras áreas da física com técnicas de matematização similares às utilizadas pelo físico inglês. Entre eles os trabalhos de Joseph Fourier (1768-1830) na termodinâmica, e James Maxwell (1831-1879) no eletromagnetismo incorporaram a abordagem quantitativa e a argumentação lógico-dedutiva newtoniana em suas respectivas áreas (8).

Gingras (4) aponta que a matematização do eletromagnetismo teve também críticos como Michael Faraday (1791-1867), que criticava os avanços da matematização pois defendia que a ciência deveria se manter acessível para o público geral. Para além dos críticos, entretanto, houve também ponderações por parte dos favoráveis à matematização sobre seus limites. Maxwell, por exemplo, criticou algumas formas da utilização da matemática na física. Para ele, a utilização seria benéfica, mas o físico deveria estar sempre atento para que cada operação matemática pudesse ser interpretada fisicamente:

> A parte intermediária da física matemática, que consiste em nossos cálculos e transformações de expressões simbólicas, é essencial para a ciência física mas é, na realidade, matemática pura. [...] como estamos engajados no estudo da filosofia natural devemos nos esforçar para deixar nossos cálculos de tal forma que cada passo admita uma interpretação física. (20, p. 672)

A citação de Maxwell exemplifica uma parte do processo de convencimento epistemológico necessário para que a matematização fosse naturalizada para o eletromagnetismo. Ao criticar o que considerava excessiva matematização o físico está defendendo a matematização que ele considera correta usando argumentos epistemológicos. A citação também serve de exemplo sobre como concepções epistemológicas podem influenciar profundamente o desenvolvimento da ciência já que a exigência colocada por Maxwell, de que cada passo admita interpretação física, não é de forma alguma irrelevante[3].

Paty (1) defende que, durante o século XX, houve outro importante processo de matematização, este afetando diversas áreas da física. A característica determinante desse processo é que a matemática passou a ter um papel estrutural na física, participando inclusive do processo de descoberta de entes físicos e de suas características. A descoberta do neutrino, segundo o próprio Paty (ibid.), exemplifica bem esse estágio de matematização. Mesmo vinte anos antes de qualquer indício experimental de sua existência, o neutrino havia sido proposto como uma partícula teórica a partir de modelos matemáticos.

Teorias físicas nas quais a matemática desempenha um papel estrutural, como a relatividade, mecânica quântica e física de partículas, obtiveram um sucesso estrondoso, o que fez com que esse estágio de matematização fosse muito rapidamente naturalizado. Entretanto, isso não impediu que houvesse questionamentos de ordem epistemológica, embora bem mais leves do que os mencionados nos períodos anteriores.

Eugene Wigner (1902-1995), em seu famoso artigo "The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences" (7), expressa seu desconforto com o fato de que há sempre uma estrutura matemática para descrever um fenômeno físico e, principalmente, na capacidades dessa estrutura matemática, a partir de deduções com sua lógica própria, conseguir desvendar novos mistérios sobre o mundo real. A conclusão de Wigner é que o sucesso da matemática é uma grande e agradável coincidência que ele espera que se mantenha.

O artigo de Wigner é um exemplo das formas de questionamento brando à matematização presente entre alguns físicos ao longo do século XX, que se perguntam os porquês do sucesso da matemática, tomando como pressuposto que ela deve continuar a ser utilizada. O século XX, entretanto, foi um período em que a matematização também avançou muito nas ciências humanas e biológicas. Nesses casos a resistência foi bem maior e mais vocal, como com a mecânica durantes os séculos XVII e XVIII, havendo questionamentos severos sobre se a utilização da matemática não havia, na realidade, prejudicado algumas áreas, argumentando, por exemplo, que os cientistas favoráveis à matematização confundiam seus modelos excessivamente simplistas com a realidade[4].

[3]Um exemplo contemporâneo que não passaria pelo crivo de Maxwell são as técnicas de renormalização utilizadas na teoria quântica de campos.

[4]Não vamos nos aprofundar nos debates que ocorreram fora da física neste trabalho, referências sobre o assunto podem ser encontradas em (21, 22, 23, 24).

Fazemos esse recorte histórico para destacar que a evolução do conhecimento físico nos últimos séculos foi acompanhada por transformações das concepções epistemológicas da comunidade científica e constatamos que a justificativa para a aplicação e o sucesso da matemática na física é uma questão epistemológica em aberto particularmente importante. Entendemos que a relação entre a física e a epistemologia também se reflete no ensino de física e que deve haver um empenho por parte dos educadores em desenvolver as concepções epistêmicas dos educandos em conjunto com o ensino dos conteúdos específicos de cada disciplina.

4 Educação e suas demandas

É muito comum, em todos os graus do sistema educacional, a justificativa de que muitas das dificuldades dos estudantes em física são causadas por deficiências anteriores em matemática. Pietrocola (25) argumenta que, no contexto universitário, essa justificativa se expressa também na estrutura curricular, que coloca como pré-requisitos para as disciplinas de física uma série de disciplinas matemáticas que são, muitas vezes, idênticas às oferecidas aos graduandos em matemática. Ainda segundo o autor, essa estrutura curricular contribui para o alto índice de desistência no curso de física, decorrente da quebra de expectativas dos estudantes, que, naturalmente, esperavam ter mais contato com a física.

Pietrocola (ibid.) diz também que o mesmo problema curricular se expressa no ensino médio, dadas suas devidas particularidades, e com um agravante. Como o ensino médio não tem unicamente o papel de formar cientistas, que vão necessariamente precisar das ferramentas matemáticas para atuar em sua profissão, os conteúdos matemáticos cobrados na disciplina de física desmotivam ainda mais o estudante secundarista, já que, sem a promessa de uma utilidade prática no futuro, a matemática adquire um caráter de "pedágio" para o aprendizado da física.

É impossível negar que a falta de bagagem matemática pode prejudicar muito o entendimento da física pelo educando. Meltzer (26) mostra isso em um estudo com alunos de um curso introdutório de física no qual encontrou uma correlação entre o aprendizado dos alunos e seu conhecimento matemático anterior à disciplina. Essa correlação, entretanto, não implica que os conhecimentos matemáticos garantem o aprendizado na física. Meltzer aponta que, embora a correlação exista, os coeficientes de correlação são baixos, de forma que os conhecimentos anteriores em matemática não têm grande poder preditivo sobre o sucesso do estudante na física. O pesquisador sugere que possa haver uma "variável oculta" por trás dessa correlação, que é relacionada com o conhecimento matemático, mas que tem um efeito mais direto sobre o aprendizado em física.

Um possível candidato para a "variável oculta" pode ser encontrado nos trabalhos de Redish (27), que defende que a matemática utilizada na física e a matemática pura têm diferenças relevantes na atribuição de sentido aos símbolos utilizados. Nas palavras do autor:

> Ela [a matemática utilizada na física] tem um propósito diferente - representar o conteúdo de uma realidade física, ao invés de expressar uma relação abstrata - e tem até uma semiótica distinta - a forma como sentido é atribuído a símbolos - da matemática pura. (27, p. 1)

Para Redish, o educando poderia ser proficiente no conceito matemático utilizado na aula de física, mas ter seu aprendizado prejudicado por não entender as nuances da semiótica do contexto físico. A diferença semiótica apontada por Redish sugere que a "variável oculta" de Meltzer pode estar situada na interface entre a física e a matemática e explica o porquê de cursos de reforço em matemática não necessariamente resultarem em uma melhora significativa no desempenho em física (28), mostrando que esses cursos não devem ser somente cursos de matemática pura. Olhar com mais atenção para a interface entre a física e a matemática, mais especificamente para as questões epistêmicas ali presentes, pode ajudar na elaboração de cursos suplementares de matemática para a física e no ensino de física em geral, nos mostrando como inserir uma matemática contextualizada para o ensino de física, que potencialize o aprendizado ao invés de servir como obstáculo a ele.

Vários estudos apontam o efeito a compreensão acerca de questões epistemológicas podem ter no desempenho dos estudantes. Millar *et al.* (9) acompanharam estudantes com idades entre 9 e 14 anos realizando atividades investigativas relacionadas à ciência e, após realizar entrevistas com os estudantes, os pesquisadores constataram que o entendimento dos jovens sobre os objetivos e propósitos da investigação científica tinham uma relação notável com suas performances nas atividades investigativas. Ryder e Leach (10), em um estudo similar, acompanharam projetos de pesquisa de graduandos em física tentando relacionar suas concepções epistemológicas sobre ciência com possíveis dificuldades na realização da pesquisa. Os autores chamam essas concepções epistêmicas que prejudicam o aprendizado de "demandas epistêmicas". Seria então trabalho do educador identificar essas demandas a partir de atividades que estimulam a investigação e o pensamento científico e auxiliar o aluno a superá-las com debates e atividades voltadas para a sofisticação do entendimento filosófico sobre ciência.

Hofer (29) expõe três visões distintas quanto ao mecanismo pelo qual uma concepção epistemológica sofisticada pode afetar o desempenho de um estudante: a primeira é que o desenvolvimento epistemológico seria o benefício em si, permitindo a evolução de estruturas complexas de pensamento e interpretação; a segunda é que ela contribuiria para o desempenho acadêmico do estudante, influenciando a escolha de estratégias de estudo e sua eficiência; a terceira é que o desenvolvimento epistemológico criaria várias ferramentas e recursos cognitivos que seriam ativados na construção de conhecimento e no aprendizado.

Apesar de todo esse volume de pesquisa, há pouquíssimos estudos sobre as demandas epistêmicas dos estudantes quanto às relações entre física e matemática. Ataíde e Greca (13) e Al-omari e Miqdadi (14) trabalharam com grupos de estudantes universitários e conseguiram demonstrar uma relação estatisticamente significativa entre as visões epistemológicas dos estudantes sobre como a matemática é utilizada na física com suas estratégias de resolução de exercícios. Ambos os artigos conseguem relacionar epistemologias mais ingênuas, que envolvem visões de que a matemática é utilizada na física somente para cálculos numéricos, com a estratégia de resolução por tentativa e erro, exemplificando um caso de como concepções epistemológicas sobre a interface entre a física e a matemática podem prejudicar o aprendizado.

Não encontramos, entretanto, nenhum estudo que aborde a existência de uma demanda epistêmica dos estudantes sobre o porquê da matemática ser utilizada na física com tanto sucesso. Neste trabalho argumentamos que essa demanda de fato existe e que pode estar contribuindo para as dificuldades que os educandos encontram no aprendizado de física. Para compreender melhor as concepções epistemológicas de estudantes sobre a efetividade da matemática desenvolvemos um questionário que nos permitiu dividir estudantes de graduação em diferentes categorias conforme suas concepções epistemológicas.

5 Categorias epistemológicas

No presente trabalho desenvolvemos categorias com as quais seria possível dividir as principais justificativas epistemológicas para o sucesso da utilização da matemática na física. As categorias foram desenvolvidas para que, mediante a aplicação de um questionário, pudéssemos analisar as concepções epistemológicas de estudantes de graduação na área de ciências exatas acerca das relações entre a física e a matemática.

Ataíde e Greca (13) e Al-omari e Miqdadi (14) criaram categorias para dividir estudantes de graduação em relação ás suas concepções sobre como a matemática é utilizada na física. Ambos os artigos utilizam as mesmas categorias, que dividem os participantes em 3 grupos: os que enxergam a matemática somente como uma ferramenta de cálculos, os que enxergam que ela é utilizada para traduzir a natureza e os que enxergam que ela tem um papel estrutural nas teorias físicas. Utilizamos um enfoque distinto dos trabalhos apresentados. Neste trabalho, criamos categorias com as quais podemos dividir estudantes de graduação em função da justificativa que eles oferecem para o sucesso da utilização da matemática na física.

Nos inspiramos nos debates históricos apresentados acima e no trabalho de Dorato (30), que cria categorias para responder a essa questão epistemológica. O autor propõe quatro categorias que justificam a utilização da matemática: o antinaturalismo de Steiner (a matemática funciona, pois o universo se estrutura de maneira antinaturalista); a resposta Kantiana (ela funciona, pois se desenvolveu a partir de uma ferramenta selecionada pela seleção natural para interpretar a realidade); matemática como um tipo de língua (ela funciona, pois línguas em geral têm uma grande capacidade descritiva); e a matemática como a ciência da abreviação de sequências (ela funciona por ser um instrumento capaz de abreviar qualquer sequência[5]).

Adaptamos as categorias acima a fim de utilizá-las para analisar as concepções de estudantes. Agrupamos a terceira e a quarta categoria em uma única, pois ambas pressupõe que a matemática é extremamente maleável e poderia descrever qualquer universo concebível. Adicionamos a categoria "a matemática funciona, pois é a linguagem natural da realidade", de maneira semelhante à utilizada por Ataíde e Greca (13), pois essa é uma visão comumente presente tanto na atualidade quanto historicamente e distinta das outras. A seguir descreveremos as categorias, assim como argumentos que corroboram e contestam cada concepção epistemológica.

5.1 A matemática como ferramenta de tradução

Esta categoria abrange os que entendem que a matemática descreve bem a natureza porque esta seria intrinsecamente matemática. Isso implica que a matemática foi algo descoberto pelos seres humanos a partir de suas interações com a natureza. Também fica claro que, para essas pessoas, a matemática é única, não podendo haver outra matemática desenvolvida pela humanidade sem que fôssemos expostos a outra natureza.

A concepção se adéqua bem aos momentos na história da ciência em que cientistas desenvolveram ferramentas matemáticas para resolver problemas físicos que estavam estudando, como é o caso de Newton e Leibnitz (31) com o cálculo, e da representação vetorial desenvolvida por Gibbs e Heavyside (8) para o eletromagnetismo.

Por outro lado, a matemática tem também algumas limitações. Primeiramente, há os casos em que ferramentas matemáticas foram desenvolvidas antes das teorias físicas nas quais elas seriam aplicadas e por pessoas que nada sabiam sobre essa área de futura aplicação, como é o caso do cálculo tensorial, que foi utilizado no desenvolvimento da teoria da relatividade geral (32).

Outro problema seria o fato de que a matemática tornou-se cada vez mais independente da realidade natural. Isso se expressa tanto pelos matemáticos não necessariamente estudarem teorias com aplicações imediatas, quanto do ponto de vista da estruturação axiomática do conhecimento matemático (33), que a torna formalmente independente da realidade natural. Não está claro como, apesar da axiomatização, parte da matemática continuou se desenvolvendo de forma aplicável em teorias físicas interpretada como uma ferramenta de tradução.

[5] O autor considera a evolução temporal de sistemas como uma sequência de estados e a matemática como capaz de abreviar essa sequência com uma lei geradora.

5.2 A matemática como língua

Línguas conseguem explicar, prever e descrever aspectos do mundo. A partir do ponto de vista representado na categoria linguística, a matemática seria uma língua particularmente precisa e rigorosa, o que potencializaria as capacidades gerais presentes em todas as línguas e, portanto, conseguiria descrever o universo independente de como ele realmente fosse (34).

Na categoria linguística, a matemática foi algo inventado, não descoberto, e poder-se-ia *a priori*, inventar outras línguas para suprir seu papel. O diferencial da matemática em relações às línguas vernaculares seria somente o rigor e a precisão, sendo inclusive potencialmente possível desenvolver uma língua mais precisa e mais rigorosa que cumpriria ainda melhor o papel da matemática.

Segundo Dorato (30), a visão da matemática como língua é embasada pelas teorias linguísticas de Chomsky (35) (teoria gerativa) e de Fodor (36) (teoria computacional), pois a matemática possui duas das principais características de línguas em geral: produtividade (um número potencialmente ilimitado de resultados podem ser gerados a partir de algumas premissas) e sistematicidade (as áreas da matemática são muito relacionadas, de forma que conseguir produzir resultados em uma área está intrinsecamente ligado a conseguir produzir resultados em outras).[6]

Entretanto, ainda segundo Dorato (30), a matemática tem um problema fundamental como língua: nem sempre é possível encontrar uma correlação não matemática para conceitos matemáticos. Isso é uma propriedade muito importante das línguas, significando que sempre conseguimos encontrar uma extensão clara dos conceitos na realidade ou no mundo natural. Na matemática conseguimos encontrar extensões somente em alguns casos. O conceito de subtração, por exemplo, é facilmente visualizado na realidade separando objetos físicos, mas outros conceitos, inclusive com muita significância física, como a analiticidade de funções, não possuem correspondência alguma com o mundo real.

Outro problema que encontramos é o fato de que o único diferencial da matemática seria ser uma língua mais refinada, o que não consideramos ser justificativa suficiente para que sua utilização na ciência seja tão mais eficaz do que a das outras línguas. Também há de se questionar como, podendo a matemática formular uma infinidade de modelos possíveis para a realidade, conseguimos encontrar o modelo correto dentro de tantos modelo possíveis.

[6] Analisar de forma mais profunda o caráter linguístico da matemática foge bastante do escopo do nosso trabalho. Uma abordagem mais aprofundada sobre essas teorias linguísticas pode ser encontrada em (36) e (35).

5.3 A matemática como um *a priori*

Immanuel Kant (1724-1804), em seu livro *Crítica da Razão Pura*, discorre sobre a diferença entre conhecimento *a priori*, que seria universal e logicamente dedutível, e conhecimento *a posteriori*, cuja justificativa depende de experiências com a realidade (37). Por consequência, Kant defende que há estruturas e faculdades do pensamento que são inatas e que prescindem o conhecimento, as chamadas estruturas *a priori*.

Para os estudantes que se enquadram na categoria da matemática como um *a priori*, a matemática é eficaz na descrição da natureza, pois interpretamos a realidade a partir de nosso aparato mental e sensorial, nos quais há ferramentas matemáticas implícitas (como noções de tempo e espaço), que foram naturalmente selecionadas, e são estruturas *a priori* para o raciocínio matemático. Quando utilizamos essa "intuição matemática primitiva" estaríamos essencialmente projetando a matemática na natureza, pois foi a partir dessas estruturas *a priori* que desenvolvemos a matemática.

A visão kantiana da matemática pode ser justificada pela biologia evolutiva e a psicologia cognitiva argumentando que a matemática se desenvolveu a partir de intuições matemáticas instintivas (38, 39), o que justificaria sua efetividade na física. Delvin (40) corrobora essa visão oferecendo exemplos de capacidades matemáticas que auxiliam a sobrevivência dos animais como, por exemplo, a capacidade de discernir qual árvore tem mais frutos ou se o seu grupo está em desvantagem numérica em um confronto.

Esta categoria também tem limitações. Não é fácil justificar porque uma ferramenta desenvolvida pela seleção natural para a sobrevivência dos seres humanos é tão eficaz em escalas como as da física quântica e mecânica relativística, estando inclusive em descompasso com nossa intuição, que falha de forma tão espetacular nessas escalas.

5.4 A resposta antinatural

Essa categoria agrega as diferentes visões que afirmam não existir ou não encontrar uma explicação de ordem natural para o sucesso da utilização da matemática na física e também as visões instrumentalistas que não veem necessidade de encontrar uma explicação. A famosa tese de Wigner (7), que afirma que esse sucesso é uma agradável e desejável coincidência, é talvez a mais simples visão antinatural. O físico e filósofo Mark Steiner (1942-2020) também se enquadra na visão antinaturalista. Ele utiliza o sucesso da matemática para defender a tese teísta de que o universo tem um caráter antropomórfico (41). Quaisquer outras teses de caráter teísta sobre o sucesso da matemática também se enquadram nesta categoria

Dada a diversidade da categoria não é possível elaborarmos aqui consequências gerais ou problemas, sendo necessário analisar cada posicionamento específico para tal. O que une todas essas visões é o fato de oferecerem como resposta para a questão da efetividade da matemática na física fatores religiosos e sobrenaturais, ou simplesmente alegarem que não há uma resposta.

6 Metodologia

Utilizamos na pequisa um questionário com uma escala Likert de 6 itens no qual, em cada item, o estudante deve informar seu grau de concordância com uma afirmação em uma escala entre "discordo totalmente" e "discordo totalmente". Cada asserção está relacionada a uma das categorias epistêmicas elaboradas na seção anterior e, para cada categoria, há 5 asserções, com exceção da categoria da matemática como antinatural, que conta com somente 3.

Para além dessas afirmações, fizemos também 5 perguntas que dizem respeito ao quanto os alunos haviam pensado sobre o sucesso da matemática na física, o quanto esse sucesso os surpreende e o quanto eles acham que o curso contribuiu para o entendimento das questões epistemológicas aqui tratadas. Havia também uma questão dissertativa para que o aluno pudesse explicar por escrito sua visão epistemológica sobre o sucesso da matemática na física. A questão dissertativa não era obrigatória, pois acreditamos que fazê-la obrigatória poderia diminuir o número de respostas ao questionário. A íntegra de todos os itens do questionário e suas respectivas categorias pode ser encontrada no apêndice A.

O questionário foi administrado online, envidado por e-mail para os estudantes, utilizando a plataforma Google Forms. As afirmações foram apresentadas para cada estudante em ordem aleatória, de forma a eliminar qualquer viés de ordenação. Enviamos o questionário para todos os estudantes matriculados nos cursos de Bacharelado em Física, Ciências Físicas e Biomoleculares, Física Computacional e Licenciatura em Ciências Exatas, todos cursos do Instituto de Física de São Carlos da USP. Não aceitamos respostas de alunos que ingressaram antes de 2016.

7 Resultados e discussão

O questionário teve um total de 92 respostas. A distribuição dos alunos em função de seu ano de ingresso e curso estão dispostas nos gráficos 1 e 2[7]. Embora ela não seja uniforme, temos alunos suficientes de cada curso e ano de ingresso para observar influências que essas variáveis têm sobre as respostas dos alunos [8].

[7] As porcentagens dos gráficos de pizza não necessariamente somam 100% por conta do arredondamento.

[8] Somente parte dos dados obtidos foram analisados neste trabalho. O compilado de todos os dados coletados pelo questionário está disponível em ⟨https://docs.google.com/spreadsheets/d/1mbXVckIhPW_9Yb59F43d5z0Uqs9JCVBLWyzHj52LmFY/edit?usp=sharing⟩.

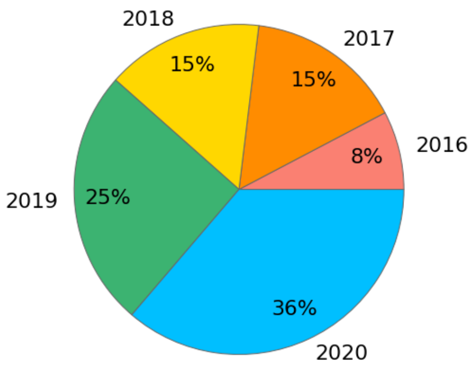

Gráfico 1: Distribuição dos alunos por ano

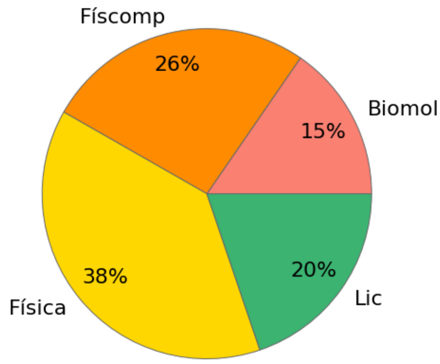

Gráfico 2: Distribuição dos alunos por curso

Vamos considerar todos os itens referentes a uma determinada categoria epistemológica como equivalentes. Assim, podemos visualizar a distribuição das respostas dos participantes por categoria no gráfico 3.

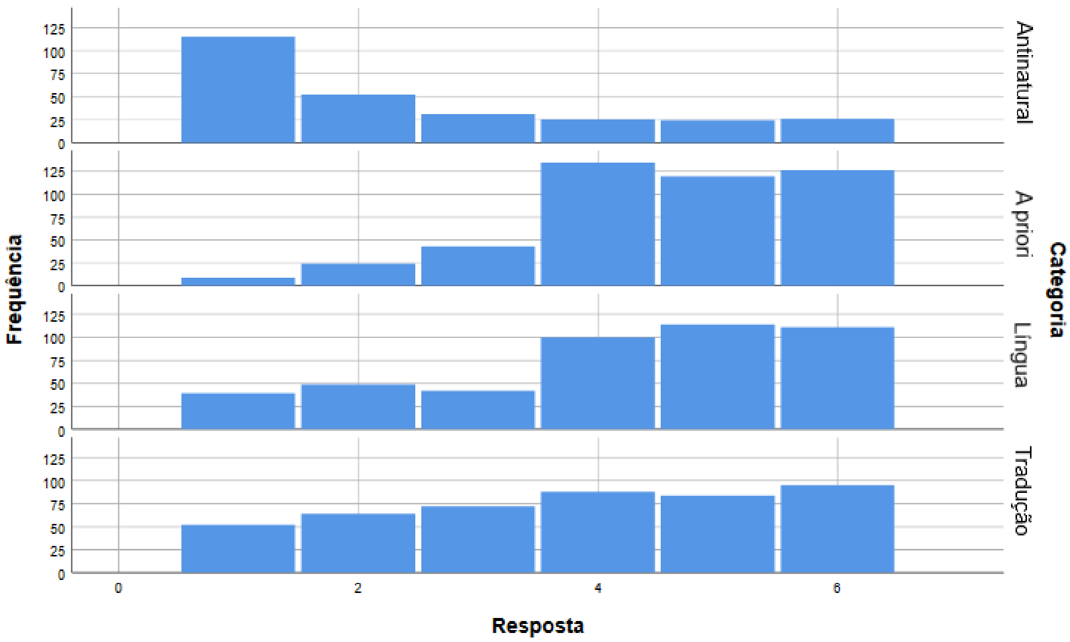

Gráfico 3: Distribuição de respostas por categoria

Queremos averiguar se o ano de ingresso e o curso dos estudantes impactam suas respostas em cada categoria epistemológica. Como estamos analisando dados ordinais[9], aplicamos dois testes de Kruskal-Wallis no conjunto de respostas dos estudantes. Um para analisar se as distribuições de respostas para cada categoria difere em função do ano de ingresso do aluno e outro para ver se há diferença em função do curso. Os resultados

[9]Existem debates na literatura sobre se e quando é justificável analisar uma escala Likert como dados de intervalo. Como não encontramos artigos sobre quando isso seria justificável no contexto da epistemologia trataremos nossa escala como dados ordinais. Para mais informações acerca da análise de escalas Likert ver (42, 43).

dos testes, dispostos na tabela 1, fornecem um valor de σ para cada hipótese sobre as distribuição e devemos rejeitar a hipótese caso $\sigma < 0.05$.

Hipotese	σ
A distribuição de Tradução é a mesma entre os anos	0,329
A distribuição de Língua é a mesma entre os anos	0,253
A distribuição de A priori é a mesma entre os anos	0,979
A distribuição de Antinatural é a mesma entre os anos	0,137
A distribuição de Tradução é a mesma entre os cursos	0,412
A distribuição de Língua é a mesma entre os cursos	0,946
A distribuição de A priori é a mesma entre os cursos	0,074
A distribuição de Antinatural é a mesma entre os cursos	0,015

Tabela 1: Resultados do teste de Kruskal-Wallis

Os dados da tabela 1 nos mostram que a única diferença estatisticamente significativa é a da distribuição de respostas dentro da categoria antinatural entre os curso. Isso é um indicativo de que nenhum dos cursos estão contribuindo para o desenvolvimento epistemológico dos estudantes, pelo menos com relação à questão abordada por nosso trabalho.

Para podermos analisar mais a fundo se os cursos contribuem para o aprimoramento das visões epistemológicas dos estudantes, buscamos analisar se estudantes com mais anos de curso tendem a ter respostas mais coerentes dentro de cada categoria. Nas análises subsequentes, portanto, estamos desconsiderando a categoria da "resposta antinatural", pois, como ela é um conjunto de concepções antinaturais não necessariamente coerentes entre si, não faz sentido analisar a coerência dentro dessa categoria.

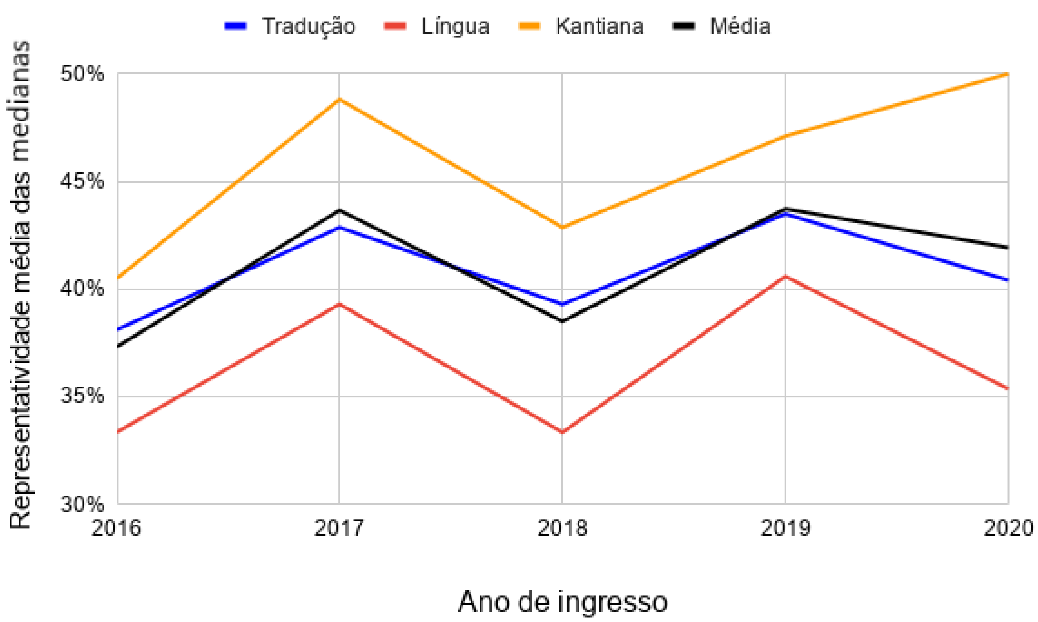

Gráfico 4: Representatividade das medianas de cada categoria por ano

A fim de analisar a coerência das repostas dos estudantes dentro das categorias, calculamos a variável representatividade da mediana, que é um análogo para o desvio padrão das respostas de cada aluno dento de uma determinada categoria. A representatividade da mediana é calculada tomando, para cada aluno, a mediana das respostas dentro de cada categoria e então calculando a porcentagem de vezes que cada mediana aparece como resposta dentro de sua respectiva categoria. O gráfico 4 mostra a representatividade média das medianas entre os alunos para cada categoria em função do ano de ingresso. Fazendo uma regressão na média dos valores obtidos para cada categoria (representada pela linha preta), obtemos um coeficiente angular de $\beta = 0,9 \pm 0,9$. Isso mostra que os cursos não alteram significativamente a representatividade da mediana dos alunos, corroborando nossa análise da tabela 1.

Os valores baixos da representatividade das medianas ($< 50\%$) são também um indicativo de que a questão epistemológica do porquê a matemática ter tanto sucesso em descrever a natureza de fato se configura como uma demanda epistêmica para os estudantes, já que indica que eles não têm uma resposta bem definida para essa questão. A fim de corroborar essa hipótese calculamos, para cada aluno, a mediana das respostas de cada categoria e consideramos a mediana mais alta entre as categorias como a concepção dominante do educando. O gráfico 5 mostra a porcentagem dos alunos de cada ano em que houve empate e empate triplo para a categoria dominante. Pode-se observar que a porcentagem é bastante alta e não diminui significativamente com o tempo de curso.

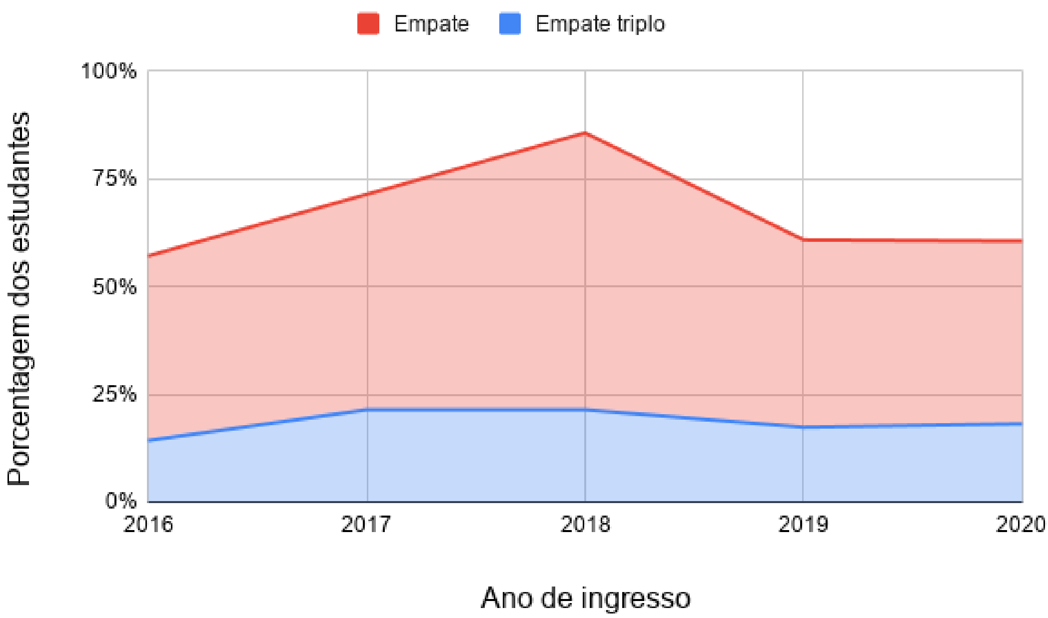

Gráfico 5: Representatividade das medianas de cada categoria por ano

Para além das evidências de que a utilização e o sucesso da matemática na física é uma demanda epistêmica que a grade curricular do curso não aborda, constatamos que a maioria dos alunos consideram as questões epistemológicas que apresentamos surpreendentes e gostariam que questões semelhantes, relacionadas à filosofia da ciência, fossem abordadas em seus cursos, como evidenciado pela respostas para as perguntas nos gráficos 6 e 7.

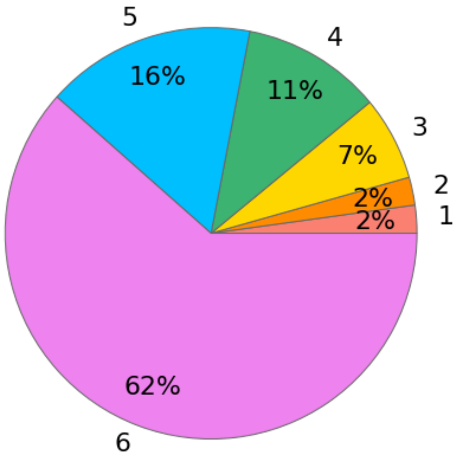

Gráfico 6: Quanto que o sucesso da linguagem matemática em descrever a natureza o surpreende?

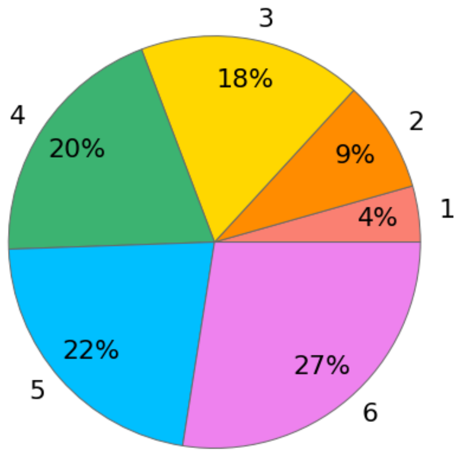

Gráfico 7: Você gostaria gostaria que o seu curso abordasse mais questões da filosofia da ciência, como o porquê da linguagem matemática ter sucesso em descrever a natureza?

8 Conclusão

Neste trabalho argumentamos que o sucesso da matemática na descrição da natureza é uma questão epistemológica importante do ponto de vista do desenvolvimento histórico da matematização da física, como um fator relevante para a aceitação da matematização pela comunidade científica, e no ensino da física é uma demanda epistêmica que interfere no aprendizado dos estudantes.

Com o desenvolvimento e aplicação do questionário em alunos de graduação em cursos ciências exatas demonstramos que os estudantes não têm uma concepção epistemológica bem definida para questão abordada, indicando portanto que ela é de fato uma demanda epistêmica, e que os cursos de graduação dos respectivos alunos não contribuem para sanar essa demanda. Ademais, demonstramos que os estudante, em sua maioria, têm interesse no tema e gostaria que seus cursos abordassem questões envolvendo filosofia da ciência. Incorporar conteúdos de filosofia da ciência no currículo dos cursos de ciências exatas seria algo benéfico, pois ajudaria não só a sanar a demanda epistêmica sobre o sucesso da matemática como outras que certamente estão presentes e contribuiria para uma formação mais ampla e sofisticada dos futuros cientistas e professores sobre a natureza da ciência.

References

1 PATY, M. *Matéria Roubada, A Vol. 08*. [S.l.]: Edusp, 1995.

2 PATY, M. *The idea of quantity at the origin of the legitimacy of mathematization in physics*. 2003.

3 GORHAM, G. et al. *The language of nature: Reassessing the mathematization of natural philosophy in the seventeenth century*. [S.l.]: U of Minnesota Press, 2016. v. 20.

4 GINGRAS, Y. What did mathematics do to physics? *History of science*, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 39, n. 4, p. 383–416, 2001.

5 FERREIRA, C. T. T.; SILVA, C. C. The roles of mathematics in the history of science: The mathematization thesis. *International Journal for the Historiography of Science*, n. 8, p. 115–123, 2020.

6 BACHELARD, G. et al. O novo espírito científico. edições 70, 1996.

7 WIGNER, E. P. The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences. In: *Mathematics and Science*. [S.l.]: World Scientific, 1990. p. 291–306.

8 SILVA, C. C. et al. Da força ao tensor: evolução do conceito físico e da representação matemática do campo eletromagnético. [sn], 2002.

9 MILLAR, R. et al. Investigating in the school science laboratory: conceptual and procedural knowledge and their influence on performance. *Research Papers in Education*, Taylor & Francis, v. 9, n. 2, p. 207–248, 1994.

10 RYDER, J.; LEACH, J. University science students' experiences of investigative project work and their images of science. *International Journal of Science Education*, Taylor & Francis, v. 21, n. 9, p. 945–956, 1999.

11 SINS, P. H. et al. The relation between students' epistemological understanding of computer models and their cognitive processing on a modelling task. *International Journal of Science Education*, Taylor & Francis, v. 31, n. 9, p. 1205–1229, 2009.

12 LISING, L.; ELBY, A. The impact of epistemology on learning: A case study from introductory physics. *American Journal of Physics*, AAPT, v. 73, n. 4, p. 372–382, 2005.

13 ATAÍDE, A.; GRECA, I. Epistemic views of the relationship between physics and mathematics: Its influence on the approach of undergraduate students to problem solving. *Science Education*, v. 22, 06 2012.

14 AL-OMARI, W.; MIQDADI, R. The epistemological perceptions of the relationship between physics and mathematics and its effect on problem-solving among pre-service teachers at yarmouk university in jordan. *International Education Studies*, ERIC, v. 7, n. 5, p. 39–48, 2014.

15 KLINE, M. *Mathematics and the physical world*. [S.l.]: Courier Corporation, 2012.

16 BURTT, E. A. *The metaphysical foundations of modern science*. [S.l.]: Courier Corporation, 2003.

17 TRUESDELL, C. *Essays in the History of Mechanics*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012.

18 DIJKSTERHUIS, E. Ad quanta intelligenda condita (designed for grasping quantities)-ej dijksterhuis (translation). *Tractrix*, Editions Rodopi BV, v. 2, p. 111–125, 1991.

19 MOLIèRES, J. Privat de. *Mémories de l'Academie Royale de Sciences*. [S.l.: s.n.], 1733.

20 MAXWELL, J. C. *The Scientific Letters and Papers of James Clerk Maxwell: 1846-1862*. [S.l.]: CUP Archive, 1990. v. 1.

21 BOOSS-BAVNBEK, B. The mathematization of the individual sciences—revisited. *Journal of Contemporary Mathematical Analysis*, Springer, v. 44, n. 2, p. 81–96, 2009.

22 BROOKS, G.; AALTO, S. The rise and fall of moral algebra: Francis hutcheson and the mathematization of psychology. *Journal of the History of the Behavioral Sciences*, Wiley Online Library, v. 17, n. 3, p. 343–356, 1981.

23 YOSHIMI, J. Mathematizing phenomenology. *Phenomenology and the cognitive sciences*, Springer, v. 6, n. 3, p. 271–291, 2007.

24 BOULEAU, N. On excessive mathematization, symptoms, diagnosis and philosophical bases for real world knowledge. *Real World Economics*, v. 57, p. 90–105, 2011.

25 PIETROCOLA, M. Mathematics as structural language of physical thought. *Connecting research in physics education with teacher education*, v. 2, 2008.

26 MELTZER, D. E. The relationship between mathematics preparation and conceptual learning gains in physics: A possible "hidden variable" in diagnostic pretest scores. *American journal of physics*, American Association of Physics Teachers, v. 70, n. 12, p. 1259–1268, 2002.

27 REDISH, E. F. Problem solving and the use of math in physics courses. *arXiv preprint physics/0608268*, 2006.

28 OLATOYE, R. A. Effect of further mathematics on students' achievement in mathematics, biology, chemistry and physics. *International Journal of Environmental and Science Education*, ERIC, v. 2, n. 2, p. 48–53, 2007.

29 HOFER, B. K. Personal epistemology research: Implications for learning and teaching. *Educational Psychology Review*, Springer, v. 13, n. 4, p. 353–383, 2001.

30 DORATO, M. The laws of nature and the effectiveness of mathematics. In: *The role of mathematics in physical sciences*. [S.l.]: Springer, 2005. p. 131–144.

31 BOYER, C. B. *The history of the calculus and its conceptual development:(The concepts of the calculus)*. [S.l.]: Courier Corporation, 1959.

32 STRUIK, D. J. Schouten, levi-civita, and the emergence of tensor calculus. In: *Institutions and Applications*. [S.l.]: Elsevier, 1989. p. 98–105.

33 MOORE, G. H. *Zermelo's axiom of choice: Its origins, development, and influence.* [S.l.]: Courier Corporation, 2012.

34 MCDONNELL, J. *The pythagorean world: why mathematics is unreasonably effective in physics.* [S.l.]: Springer, 2016.

35 CHOMSKY, N. *Knowledge of language: Its nature, origin, and use.* [S.l.]: Greenwood Publishing Group, 1986.

36 FODOR, J. A. *LOT 2: The language of thought revisited.* [S.l.]: Oxford University Press on Demand, 2008.

37 RUSSELL, B. A priori justification and knowledge. In: ZALTA, E. N. (Ed.). *The Stanford Encyclopedia of Philosophy.* Summer 2020. [S.l.]: Metaphysics Research Lab, Stanford University, 2020.

38 LONGO, G. The constructed objectivity of mathematics and the cognitive subject. In: *Quantum mechanics, mathematics, cognition and action.* [S.l.]: Springer, 2003. p. 433–463.

39 LONGO, G. The reasonable effectiveness of mathematics and its cognitive roots. In: *Geometries Of Nature, Living Systems And Human Cognition: New Interactions of Mathematics with Natural Sciences and Humanities.* [S.l.]: World Scientific, 2005. p. 351–381.

40 DEVLIN, K. J. *The math gene: How mathematical thinking evolved and why numbers are like gossip.* [S.l.]: Basic Books New York, 2000.

41 STEINER, M. *The applicability of mathematics as a philosophical problem.* [S.l.]: Harvard University Press, 2009.

42 ALLEN, I. E.; SEAMAN, C. A. Likert scales and data analyses. *Quality progress*, v. 40, n. 7, p. 64–65, 2007.

43 BERTRAM, D. Likert scales. *Retrieved November*, v. 2, p. 2013, 2007.

A O questionário

- Informações pessoais
  - Nome
  - Curso
  - Ano de ingresso
- A matemática como ferramenta de tradução
  - "A matemática foi descoberta diretamente pela investigação da natureza."
  - "A matemática descreve a natureza com sucesso pois ela é a linguagem intrínseca da realidade."
  - "As ferramentas matemáticas são descobertas à medida que elas são necessárias para o entendimento da natureza."

  - “Não é possível haver uma linguagem mais eficiente que a matemática para descrever a natureza”
  - “A matemática existe independentemente do ser humano.”

- A matemática como língua
  - “A matemática é uma invenção humana.”
  - “A matemática é uma língua como qualquer outra, só que mais logicamente rigorosa e precisa.”
  - “A nossa matemática também poderia descrever as leis de um universo completamente diferente do nosso.”
  - “É possível que seja desenvolvida uma língua não matemática que descreva a natureza tão bem ou melhor que a matemática.”
  - “A matemática descreve bem a natureza, pois ela é uma ferramenta descritiva muito versátil.”

- A matemática como *a priori*
  - “Uma intuição matemática primitiva foi naturalmente selecionada durante a evolução humana.”
  - “A matemática se originou tendo como alicerce uma intuição matemática natural do ser humano.”
  - “Antes mesmo do desenvolvimento da matemática os seres humanos primitivos já tinham noções matemáticas rudimentares.”
  - “A matemática descreve bem a natureza pois ela surgiu como um refinamento de nossos instintos para interpretar a natureza.”
  - “Alguns animais (não humanos) possuem algumas noções matemáticas básicas.”

- A resposta antinatural
  - “O sucesso da matemática em descrever a natureza é somente uma útil coincidência.”
  - “O sucesso da matemática em descrever a natureza mostra que o universo foi criado com a intenção que os seres humanos pudessem entendê-lo.”
  - “O sucesso da matemática em descrever a natureza mostra que o Criador do universo pensa matematicamente.”

- Outras perguntas
  - Quanto que o sucesso da linguagem matemática em descrever a natureza te surpreende?
  - Você costuma pensar sobre o porquê da matemática ter tanto sucesso em descrever a natureza?
  - Você acha que o seu curso contribuiu para o seu entendimento do porquê da matemática ter tanto sucesso em descrever a natureza?
  - Você gostaria gostaria que o seu curso abordasse mais questões da filosofia da ciência, como o porquê da matemática ter sucesso em descrever a natureza?

- Questão dissertativa (Opcional)
  - Explique sucintamente o porquê, na sua opinião, da matemática ser uma linguagem com tanto sucesso em descrever a natureza.